

Secondo Compitino o Appello di Teoria dei Segnali A
Ing. Informatica, Elettronica e Telecomunicazioni

15 giugno 2007

NOTA BENE: Indicare se si intende fare il compitino o l'appello. L'Esercizio 0 conta solamente per l'appello

Esercizio 0

Ci sono 3 monete A, B e C, le cui probabilità di testa sono 0.5, 0.4 e 0.6, rispettivamente. Si scelgono a caso 2 monete e si eseguono due lanci consecutivi della coppia di monete. Qual è la probabilità che testa non esca più di 3 volte?

Esercizio 1

Si consideri una variabile aleatoria X con la seguente funzione densità di probabilità (PDF):

$$f_X(x) = \frac{1}{4}\delta(x+1) + \frac{1}{4}\delta(x-1) + \frac{1}{2}e^{-x}U(x)$$

dove $U(x)$ è la funzione gradino unitario. Si consideri quindi la trasformazione $Y = 2X^2$. Determinare l'espressione analitica della PDF di $Y = g(X)$ e tracciarne il grafico.

Esercizio 2

Nel piano (x, y) è assegnato il dominio \mathcal{D} indicato in Figura 1. Si consideri una coppia di variabili aleatorie X e Y con

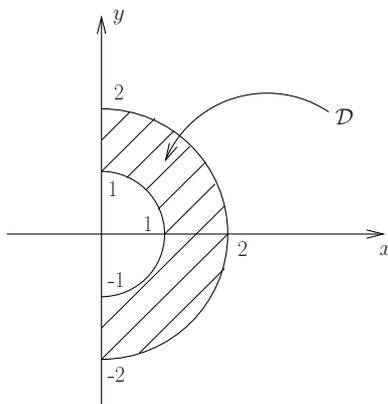


Figura 1: Dominio \mathcal{D} della funzione densità di probabilità congiunta delle due variabili aleatorie X e Y nell'Esercizio 2.

densità di probabilità congiunta costante sul dominio D e nulla altrove.

1. Determinare le funzioni densità di probabilità marginali $f_X(x)$ ed $f_Y(y)$, e tracciarne il grafico.
2. Verificare se X e Y sono indipendenti oppure no.

Esercizio 3

Si considerino 3 scatole che contengono lampadine:

- nella scatola A le lampadine hanno una potenza $\sim \text{Unif}(1;2)$ [Watt];
- nella scatola B le lampadine hanno una potenza $\sim \text{Unif}(4;5)$ [Watt];
- nella scatola C le lampadine hanno una potenza $\sim \text{Unif}(7;8)$ [Watt].

Si scelgono a caso 2 scatole e poi si estrae 1 lampadina da ognuna delle 2 scatole. Si montano poi le 2 lampadine selezionate in un'unica lampada, di modo che la potenza emessa dalla lampada è la somma delle potenze delle 2 lampadine.

1. Si determini l'espressione della PDF della potenza della lampada e se ne tracci un grafico.
2. Si calcoli la potenza media emessa dalla lampada.

Esercizio 4

Siano date le due VA indipendenti $X \sim \text{Exp}(1/2)$ e $Y \sim \mathcal{N}(0, 1)$. Si considerino $Z = X + Y$ e $W = XY$. Si calcoli $\text{Cov}[Z, W]$.