

**Secondo Compitino o Appello di Teoria dei Segnali A**  
**Ing. Informatica, Elettronica e Telecomunicazioni**

15 giugno 2007

**NOTA BENE:** Indicare se si intende fare il compitino o l'appello. L'Esercizio 0 conta solamente per l'appello

**Esercizio 0**

Ci sono 3 monete A, B e C, le cui probabilità di testa sono 0.5, 0.4 e 0.6, rispettivamente. Si scelgono a caso 2 monete e si eseguono due lanci consecutivi della coppia di monete. Qual è la probabilità che testa non esca più di 3 volte?

**Esercizio 1**

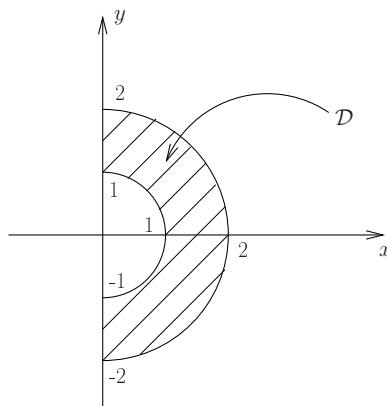
Si consideri una variabile aleatoria  $X$  con la seguente funzione densità di probabilità (PDF):

$$f_X(x) = \frac{1}{4}\delta(x+1) + \frac{1}{4}\delta(x-1) + \frac{1}{2}e^{-x}U(x)$$

dove  $U(x)$  è la funzione gradino unitario. Si consideri quindi la trasformazione  $Y = 2X^2$ . Determinare l'espressione analitica della PDF di  $Y = g(X)$  e tracciarne il grafico.

**Esercizio 2**

Nel piano  $(x, y)$  è assegnato il dominio  $\mathcal{D}$  indicato in Figura 1. Si consideri una coppia di variabili aleatorie  $X$  e  $Y$  con



**Figura 1:** Dominio  $\mathcal{D}$  della funzione densità di probabilità congiunta delle due variabili aleatorie  $X$  e  $Y$  nell'Esercizio 2.

densità di probabilità congiunta costante sul dominio  $D$  e nulla altrove.

1. Determinare le funzioni densità di probabilità marginali  $f_X(x)$  ed  $f_Y(y)$ , e tracciarne il grafico.
2. Verificare se  $X$  e  $Y$  sono indipendenti oppure no.

**Esercizio 3**

Si considerino 3 scatole che contengono lampadine:

- nella scatola A le lampadine hanno una potenza  $\sim \text{Unif}(1;2)$  [Watt];
- nella scatola B le lampadine hanno una potenza  $\sim \text{Unif}(4;5)$  [Watt];
- nella scatola C le lampadine hanno una potenza  $\sim \text{Unif}(7;8)$  [Watt].

Si scelgono a caso 2 scatole e poi si estrae 1 lampadina da ognuna delle 2 scatole. Si montano poi le 2 lampadine selezionate in un'unica lampada, di modo che la potenza emessa dalla lampada è la somma delle potenze delle 2 lampadine.

1. Si determini l'espressione della PDF della potenza della lampada e se ne tracci un grafico.
2. Si calcoli la potenza media emessa dalla lampada.

**Esercizio 4**

Siano date le due VA indipendenti  $X \sim \text{Exp}(1/2)$  e  $Y \sim \mathcal{N}(0, 1)$ . Si considerino  $Z = X + Y$  e  $W = XY$ . Si calcoli  $\text{Cov}[Z, W]$ .